ارزیابی کارایی سیستم های کامپیوتری

نام و نام خانوادگی :

شماره دانشجویی:

امتحان پایان ترم

سال تحصیلی

۱۴۰۴-۱۴۰۳

سوال ۱: الف) اگر $X(t)$ یک فرآیند ساکن به مفهوم وسیع (WSS) با متوسط صفر $m_x(t) = 0$ باشد، آیا فرآیند زیر WSS است و چرا؟

$$Y(t) = e^{jt}X(t)$$

ب) فرآیند تصادفی

$$X(t) = A\cos(2\pi t + \Theta)$$

که در آن A و Θ دو متغیر تصادفی مستقل مفروض هستند. فرض کنید Θ یک متغیر تصادفی باینری با جرم‌های احتمال

$$\Pr\{\Theta = \tfrac{\pi}{4}\} = \Pr\{\Theta = -\tfrac{\pi}{4}\} = \tfrac{1}{2}$$

است. با فرض این که

$$E\{A\} = 0$$

آیا فرآیند فوق WSS است؟

سوال ۲: الف) فرآیند $X(t)$ با تابع متوسط $m_x(t) = 0$ و تابع همبستگی زیر را در نظر بگیرید:

$$R_x(t+\tau, t) = e^{-t^2}\delta(\tau)$$

آیا فرآیند در همبستگی ارگادیک (CE) است؟ (چرا؟)

ب) فرآیند تصادفی $X(t)$ به‌صورت

$$X(t) = A\cos(2\pi f_c t)$$

تعریف می‌شود که در آن A یک متغیر تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_A^2 است. تعریف می‌کنیم:

$$Y(t) \triangleq \int_0^t X(\tau)\, d\tau$$

ساکن به مفهوم اکید (SSS) بودن $\mathrm{Y(t)}$ را بررسی کنید.

سوال ۳: یک سازمان دارای N کارمند است (که N بسیار بزرگ می‌باشد). هر کارمند در یکی از سه دسته‌ی شغلی قرار دارد و به طور مستقل از سایرین، دسته‌ی شغلی خود را مطابق با یک زنجیره‌ی مارکوف تغییر می‌دهد. ماتریس احتمال گذار به صورت زیر داده شده است:

$$P = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \\ 0.1 & 0.4 & 0.5 \end{bmatrix}$$

الف) نمودار زنجیر مارکوف را رسم کنید.(دسته های شغلی را با اعداد ۰،۱،۲ نمایش دهید)

ب) در بلندمدت چه درصدی از کارکنان در هر یک از دسته‌های شغلی قرار خواهند داشت؟

سوال ۴: یک زنجیره‌ی مارکوف $\{X_n, n \geq 0\}$ با حالات $0, 1, 2$ داریم. ماتریس احتمال گذار آن به صورت زیر است:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

اگر

$$P\{X_0 = 0\} = P\{X_0 = 1\} = \frac{1}{4},$$

مقدار $E[X_2]$ را پیدا کنید.

سوال ۵: مشتریان با نرخ پنج نفر در دقیقه به یک رستوران وارد می‌شوند و به طور متوسط ۵ دقیقه منتظر دریافت سفارش خود هستند. هر مشتری با احتمال ۰.۵ در رستوران غذا می‌خورد و با احتمال ۰.۵ سفارش خود را برده و خارج می‌شود. هر وعده غذایی به طور متوسط ۲۰ دقیقه طول می‌کشد. تعداد متوسط مشتریان در رستوران چقدر است؟

سوال ۶: محیطی را در نظر بگیرید که در آن دو روتر یک و دو به هم متصل می باشند، از طرف روتر یک به طور میانگین ۸ بسته در ثانیه به سمت روتر دو ارسال میشود، میانگین سایز هر بسته ۴۰۰ بایت میباشد و پهنای باند لینک ارتباطی بین دو روتر ۶۴ کیلوبیت بر ثانیه میباشد، به طور متوسط چند بسته در روتر یک وجود دارند که منتظر ارسال شدن به سمت روتر دو میباشند، احتمال اینکه این تعداد ۱۰ یا بیشتر از ۱۰ باشد چقدر است؟